

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

— 01장. 물체의 운동(표현) —

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

- 성장기반 물리
(Grow-based Physics)
- 취사선택 물리
(Cut-off Strategy Physics)
- 생각하는 물리
(Thinking Physics)

목차

1. 물리학의 개념
2. 물리학의 구조
3. 물체의 운동(표현)
4. 벡터



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

I. 물리학의 개념

개념 POINT

1. 물리학의 정의

물리학이란 시간과 공간에 관한 학문이다.

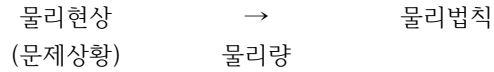
2. 물리학의 영역 (변리사)

- (1) 역학 - 4문제(파동 포함)
- (2) 열역학 - 1문제
- (3) 전자기학 - 2문제
- (4) 광학 - 1문제
- (5) 현대물리 (상대론, 양자론, 핵물리) - 2문제

열역학, 전자기학, 광학, 현대물리는 결국 역학으로 귀결된다.

II. 물리학의 구조

개념 POINT



1. 물리현상

2. 물리량

(1) 정의

물리량이란 측정하여 대상을 숫자와 단위로 나타낼 수 있는 양이다.

(2) 표시

(3) 성격

1) 스칼라(scalar)

- ① 정의 : 크기와 단위로만 표시할 수 있는 물리량
- ② 표시 : 숫자와 단위로 완벽하게 표시된다.
- ③ 부호 : +, 0, - 모두 가능하나 방향을 나타내지 않는다(예. 온도는 음수가 가능하다).
- ④ 종류 : 시간, 거리, 속력, 질량, 에너지, 온도 등
- ⑤ 연산 : 일반적인 사칙연산을 따른다.

2) 벡터(vector)

- ① 정의 : 크기와 단위로만 표시할 수 없고, 방향까지 표시해야 하는 물리량
- ② 표시 : 화살표(기하적) 또는 좌표(해석적)로 표시한다.
- ③ 부호 : +, 0, - 모두 가능하나 방향을 나타낸다 (직선좌표계).
- ④ 종류 : 위치, 변위, 속도, 가속도, 힘, 돌림힘, 운동량, 충격량 등
- ⑤ 연산 : 벡터만의 사칙연산을 따른다.
 - a) 벡터의 합성(덧셈/뺄셈)
 - b) 벡터의 분해
 - c) 벡터의 곱셈(내적/외적)

(4) 단위 - 국제 단위계(MKS단위계)

- 1) 기본량 : 시간(T)-s, 길이(L)-m, 질량(M)-kg
- 2) 유도량 : (예. $kg \cdot m/s^2$)

(5) 적용

3. 물리법칙

(1) 정의

(2) 표시

(3) 성격

(4) 본질

(5) 적용

[역학 개관]

개념 POINT

물리현상 (문제상황)	→ 물리량	물리법칙
물체의 운동 <표현>	① 시간 ② 위치 ③ 변위 ④ 거리 ⑤ 속도 ⑥ 속력 ⑦ 가속도	없음 (미적분+기하) 그래프 해석
물체의 운동 <원인>	① 힘/알짜 힘 ② 돌림힘/알짜 돌림힘	[뉴턴 운동법칙] - 제1법칙 (관성) - 제2법칙 (질량/가속도) - 제3법칙 (작용/반작용)
충돌/융합/분열(폭발) <순식간>	① 운동량/운동량 변화량 ② 충격량/충격력	① 운동량 보존법칙 ② 충격량-운동량 변화량 정리
물체의 운동 <스칼라적 접근>	① 일 ② 운동에너지 ③ 위치에너지-보존력 ④ 역학적 에너지	① 알짜일-운동에너지 변화량 정리 ② 보존력-위치에너지 관계 ③ 역학적 에너지 보존법칙

III. 물체의 운동(표현)

개념 POINT

1. 물체(body) - 역학적 구분

- (1) 질점 - 입자 (크기 무시)
- (2) 강체 - 고체 (크기 고려)
- (3) 유체 - 액체/기체 (크기 고려)

2. 운동(motion)

- (1) 정의
운동이란 시간에 따라 물체의 위치가 변하는 물리현상이다.
- (2) 분류
 - 1) 병진운동 : 물체가 전체적으로 이동하는 운동(예. 자유낙하 하는 물체)
 - 2) 회전운동 : 물체가 전체적으로 이동하지 않고 고정된 한 점을 중심으로 돌아가는 운동 (예. 선풍기 날개의 운동)
 - 3) 진동운동 : 물체가 일정한 점을 중심으로 왕복하는 운동 (예. 시계추의 운동)

3. 물리량

- (1) 시간(time)
 - 1) 정의 : 걸린 시간 = 나중 시각 - 처음 시각
 - 2) 표시 : $\Delta t = t_2 - t_1$
 - 3) 성격 : 스칼라 (부호 +, 0, -)
 - 4) 단위 : s(sec, 초)
 - 5) 적용
 - ① 시간 vs. 시각 : 시간은 구간의 개념이고, 시각은 순간의 개념이라 서로 다르다. 그러나 처음 시각을 0으로 하면 시간과 시각은 같아진다.
 - ② (물리량-시간) 그래프
 - a) 시간이 0으로 시작하면 시간과 시각은 같아지므로 그래프의 물리량은 모두 순간값이 된다.
 - b) 그래프가 나오면 무조건 기울기와 밑면적의 물리량을 파악한다.

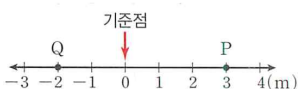
(2) 위치(position)

- 1) 정의 : 기준점 + 거리 + 방향 = 좌표 (cf. 기준틀-물리적 실체/좌표계-수학적 도구)
- 2) 표시 : \vec{s}, \vec{x}, s, x
- 3) 성격 : 벡터
 - ① 크기 : $|\vec{s}|, |\vec{x}|, |s|, |x|$
 - ② 방향 : 부호 +, 0, - (직선상의 방향)
- 4) 단위 : m
- 5) 적용
 - ① (위치-시간) 그래프 : 기울기 - 순간속도 / 밑면적 - 의미 없음.

직선상에서 물체의 위치 표시 방법

직선상에서 물체의 위치를 나타낼 때 한쪽 방향을 (+)로 정하면, 반대 방향은 (-)로 나타낸다. 즉, 다음 그림에서 P와 Q의 위치는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

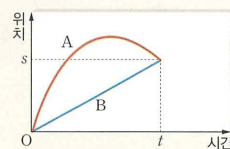
- P점: 기준점에서 (+) 방향으로 3 m만큼 떨어진 위치에 있다. → P의 위치 3 m
- Q점: 기준점에서 (-) 방향으로 2 m만큼 떨어진 위치에 있다. → Q의 위치 -2 m



사선 집중 ★ 위치-시간 그래프 분석

그림은 자동차 A와 B가 직선 도로를 따라 달릴 때 자동차의 위치를 시간에 따라 나타낸 것이다. 이때 A와 B의 운동을 분석하면 다음과 같다.

- A: 점선의 기울기의 절댓값이 점점 작아지다가 0이 된 후 다시 점점 커지므로 속도가 계속 변하는 운동을 한다.
- B: 기울기가 일정하므로 속도가 일정한 운동을 한다.



- ① 이동 거리 비교: $A > B$
→ A는 도중에 운동 방향이 바뀌었으므로 한 방향으로 운동한 B보다 이동 거리가 크다.
- ② 변위 비교: $A = B$ → A와 B의 처음 위치와 나중 위치가 같으므로 변위는 같다.
- ③ 평균 속력 비교: $A > B$ → 같은 시간 동안 이동 거리는 A가 B보다 크므로 평균 속력이 크다.
- ④ 평균 속도 비교: $A = B$ → 같은 시간 동안 변위는 A와 B가 같으므로 평균 속도도 같다.

(3) 변위(displacement)

1) 정의 : 변위 = 나중 순간위치 - 처음 순간위치

2) 표시 : $\vec{\Delta s}$, $\vec{\Delta x}$, Δs , Δx

3) 성격 : 벡터

① 크기 : $|\vec{\Delta s}|$, $|\vec{\Delta x}|$, $|\Delta s|$, $|\Delta x|$

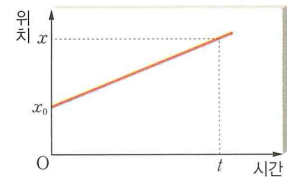
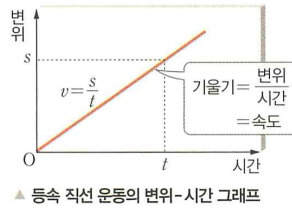
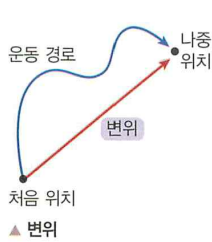
② 방향 : 부호 +, 0, - (직선상의 방향)

4) 단위 : m

5) 적용

① 변위 vs. 위치 : 변위는 구간의 개념이고, 위치는 순간의 개념이라 서로 다르다. 그러나 처음 위치를 0으로 하면 변위와 위치는 같아진다.

② (변위-시간) 그래프 : 기울기 = 순간속도 / 밑면적 = 의미 없음.



$$x = x_0 + vt$$

(4) 거리(distance)

1) 정의 : 물체의 실제 이동거리

2) 표시 : l

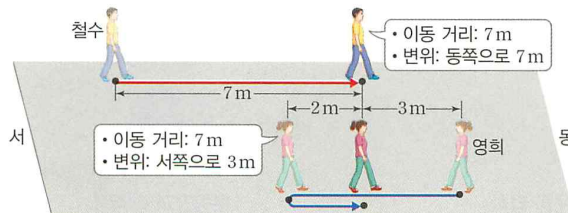
3) 성격 : 스칼라 (부호 ≥ 0)

4) 단위 : m

5) 적용

① 거리 \geq 변위의 크기 (단, 등호는 직선운동)

예 직선 도로에서 철수와 영희가 운동하였을 때 이동 거리와 변위는 다음과 같다.



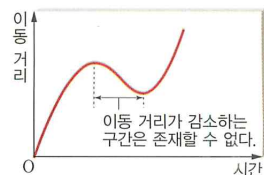
▲ 이동 거리와 변위의 크기
한 방향으로 운동한 철수는 이동 거리와 변위의 크기가 같지만, 도중에 운동 방향이 바뀐 영희는 이동 거리가 변위의 크기보다 크다.

② (거리-시간) 그래프

a) (거리-시간) 그래프에서 거리가 감소하는 구간은 존재할 수 없다.

b) 따라서 (거리-시간) 그래프에서 접선의 기울기는 항상 양수(+)이다.

이동 거리-시간 그래프로 적당하지 않은 경우



운동하는 물체의 이동 거리는 계속해서 더 해지므로 이동 거리는 시간에 따라 계속 증가한다. 따라서 이동 거리-시간 그래프에서 이동 거리가 감소하는 구간은 존재할 수 없다.

개념 POINT

(5) 속도(velocity)

1) 정의 : 속도 = $\frac{\text{변위}}{\text{걸린 시간}} = \frac{\text{나중 순간위치} - \text{처음 순간위치}}{\text{나중 시각} - \text{처음 시각}}$

2) 표시(종류)

① 평균속도 : $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$

② 순간속도 : $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$

3) 성격 : 벡터

① 크기 : $|\bar{v}|, |v|$

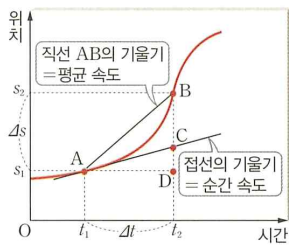
② 방향 : 변위의 방향 = 물체의 운동방향 (부호 +, 0, -)

4) 단위 : m/s

5) 적용

① (위치-시간) 그래프 : 기울기-순간속도 / 밑면적 - 의미 없음

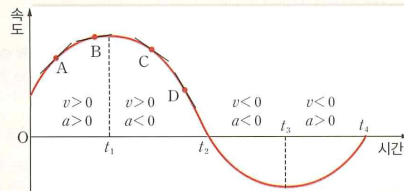
② (속도-시간) 그래프 : 기울기-순간가속도 / 밑면적 - 변위



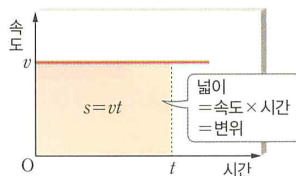
▲ 평균 속도와 순간 속도

시선 집중 ★ 속도-시간 그래프에서 속도와 가속도

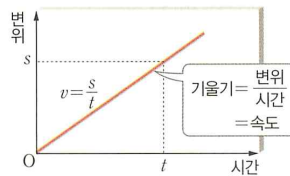
그림은 직선상에서 운동하는 어떤 물체의 속도를 시간에 따라 나타낸 것이다. 이때 물체의 운동을 구간별로 분석하면 다음과 같다.



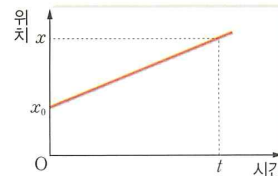
③ 등속도 운동(등속 직선 운동) : 순간속도 = 평균속도



▲ 등속 직선 운동의 속도-시간 그래프



▲ 등속 직선 운동의 변위-시간 그래프



물체가 위치 x_0 에서 출발하여 일정한 속도 v 로 운동할 때 t 초 후 물체의 위치 x 는 다음과 같다.

$$x = x_0 + vt$$

(6) 속력(speed)

1) 정의 : 속력 = $\frac{\text{이동거리}}{\text{걸린 시간}}$

2) 표시(종류)

① 평균속력 : $\frac{l}{\Delta t} \neq |\bar{v}|$

② 순간속력 : $|v|$

3) 성격 : 스칼라 (부호 ≥ 0)

4) 단위 : m/s

5) 적용

① 평균속력 \geq 평균속도의 크기 (단, 등호는 직선운동)

② 순간속력 = 순간속도의 크기

개념 POINT

(7) 가속도(acceleration)

1) 정의 : 가속도 = $\frac{\text{속도변화량}}{\text{걸린 시간}} = \frac{\text{나중 순간속도} - \text{처음 순간속도}}{\text{나중 시각} - \text{처음 시각}}$

2) 표시(종류)

① 평균가속도 : $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

② 순간가속도 : $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

3) 성격 : 벡터

① 크기 : $|\vec{a}|, |a|$

② 방향 : 속도변화량의 방향 (부호 +, 0, -)

4) 단위 : m/s^2

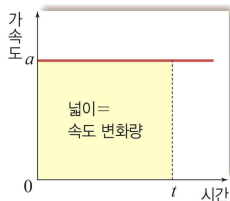
5) 적용

① (가속도-시간) 그래프 : 기울기 - 의미 없음 / 밑면적 - 속도변화량

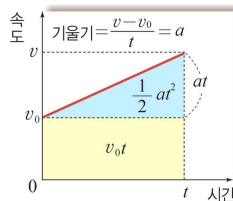
② 등가속도 운동 : 순간가속도 = 평균가속도

③ 등가속도 직선 운동 공식

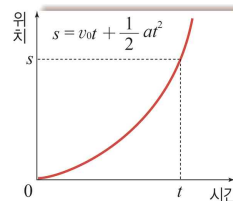
$$\begin{aligned} & \textcircled{1} v = v_0 + at, \textcircled{2} s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2, \textcircled{3} 2as = v^2 - v_0^2 \\ & \text{①식과 ②식에서 시간 } t \text{를 소거하여 정리하면 ③식이 나온다.} \\ & (v: \text{나중 속도}, v_0: \text{처음 속도}, a: \text{가속도}, t: \text{시간}, s: \text{변위}) \end{aligned}$$



가속도-시간 그래프



속도-시간 그래프

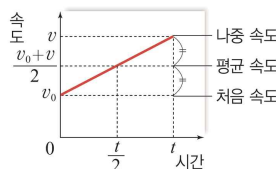


위치-시간 그래프

(5) 등가속도 직선 운동의 평균 속도 대표자료 2 / 46쪽

① 등가속도 직선 운동을 하는 물체의 평균 속도는 처음 속도와 나중 속도의 중간값과 같다.

② 시간 t 까지 등가속도 직선 운동을 하는 물체의 평균 속도는 시간이 $\frac{t}{2}$ 일 때의 속도와 같다.



속도-시간 그래프로 본 평균 속도

$$\text{평균 속도} = \frac{\text{처음 속도} + \text{나중 속도}}{2} = \frac{v_0 + v}{2}$$

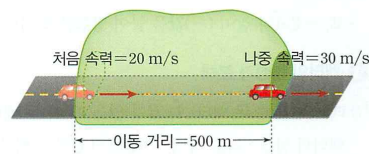
2 여러 가지 상황에서 등가속도 직선 운동 분석하기

(1) 처음 속도, 나중 속도, 이동 거리가 제시된 경우

• 자동차의 평균 속도: $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{20 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} = 25 \text{ m/s}$

• 자동차가 터널을 이용하는 데 걸린 시간: $t = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{500 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 20 \text{ s}$

• 자동차의 가속도: $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{30 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{20 \text{ s}} = 0.5 \text{ m/s}^2$



(2) 나중 속도, 구간별 걸린 시간, 구간별 이동 거리가 제시된 경우

0~4초 동안 평균 속력은 90 m/s로, 2초일 때 속력과 같다. 또, 4초~8초 동안 평균 속력은 70 m/s로, 6초일 때 속력과 같다.

• 비행기의 가속도: $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{70 \text{ m/s} - 90 \text{ m/s}}{6 \text{ s} - 2 \text{ s}} = \frac{-20 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = -5 \text{ m/s}^2$

• 0초일 때 비행기의 속도: $v_0 = v - at = 90 \text{ m/s} - (-5 \text{ m/s}^2) \times 2 \text{ s} = 100 \text{ m/s}$

• 비행기가 멈출 때까지의 이동 거리: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (100 \text{ m/s})^2}{2 \times (-5 \text{ m/s}^2)} = 1000 \text{ m}$



개념 POINT

④ 등가속도 직선 운동 그래프

① 가속도 > 0 일 때

구분	가속도 - 시간 그래프	속도 - 시간 그래프	위치 - 시간 그래프
그래프 분석			
예시	<p>• 0초부터 2초까지 속도 변화량 $= 1 \times 2 = 2(\text{m/s})$ \Rightarrow 속도 증가량</p>	<p>• 가속도 $= \frac{4-2}{2} = 1(\text{m/s}^2)$ • 0초부터 2초까지 이동 거리 $= \frac{1}{2} \times (2+4) \times 2 = 6(\text{m})$</p>	<p>• 0초부터 2초까지 평균 속도 $= \frac{6}{2} = 3(\text{m/s})$ • A점과 B점에서 순간 속도의 크기: $v_B > v_A$ $= \text{A점과 B점에서 접선의 기울기}$</p>

② 가속도 < 0 일 때

속도의 부호가 바뀔 때
운동 방향이 바뀐다.

구분	가속도 - 시간 그래프	속도 - 시간 그래프	위치 - 시간 그래프
그래프 분석			
예시	<p>• 0초부터 2초까지 속도 변화량 $= -1 \times 2 = -2(\text{m/s})$ \Rightarrow 속도 감소량</p>	<p>• 가속도 $= \frac{-2-2}{2} = -1(\text{m/s}^2)$ • 0초부터 4초까지 이동 거리 $= 2+2=4(\text{m})$ • 0초부터 4초까지 변위 $= 0$</p>	<p>• 0초부터 4초까지 이동 거리 $= 2+2=4(\text{m})$ • 0초부터 4초까지 변위 $= 0$ 4초 때의 위치: 출발점 (제자리)</p>

개념 POINT

⑤ 등가속도 직선 운동 그래프 활용

개념 POINT

1 위치-시간 그래프, 속도-시간 그래프, 가속도-시간 그래프의 분석

구분	위치-시간 그래프	속도-시간 그래프	가속도-시간 그래프
그래프			
A 구간	가속도 증가 \Rightarrow 속도가 증가	가속도 = 10 m/s^2 , 변위 = 20 m	속도 증가량: 20 m/s
B 구간	가속도 일정 \Rightarrow 속도가 일정	가속도 = 0 , 변위 = 40 m	속도 변화량: $0 \Rightarrow$ 속도가 일정
C 구간	가속도 감소 \Rightarrow 속도가 감소	가속도 = -10 m/s^2 , 변위 = 20 m	속도 감소량: -20 m/s

Q1. 속도와 가속도의 방향이 같은 구간을 쓰고, 속도의 크기가 어떻게 변하는지 쓰시오.

답 A. 증가한다.

2 가속도-시간 그래프 $\xleftrightarrow{1} \xleftrightarrow{2} \xleftrightarrow{3} \xleftrightarrow{4}$ 속도-시간 그래프 $\xleftrightarrow{5} \xleftrightarrow{6}$ 위치-시간 그래프

전환	구간	특징
가속도 ① ↓ 속도	A	가속도가 (+)로 일정 \Rightarrow 기울기 일정 2초 때 속도 = 20 m/s
	B	가속도가 0 \Rightarrow 속도가 20 m/s 로 일정
	C	가속도가 (-)로 일정 \Rightarrow 속도가 감소 6초 때 속도 = $v_4 - 20(\text{m/s}) = 0$
	D	가속도가 (-)로 일정 \Rightarrow (-)방향으로 속도 증가, 8초 때 속도 = -20 m/s
속도 ② ↓ 위치	A	속도가 증가 \Rightarrow 기울기 증가 2초 때 위치 = 20 m
	B	속도 일정 \Rightarrow 기울기 일정 4초일 때 위치 = $20 + 40 = 60(\text{m})$
	C	속도가 감소 \Rightarrow 기울기 감소 6초 때 위치 = $60 + 20 = 80(\text{m})$
	D	속도가 (-)이고 절댓값은 증가 \Rightarrow 변위의 크기는 감소, 기울기의 절댓값은 증가 \Rightarrow 처음과 반대 방향으로 운동

Q2. 속도의 크기가 증가하는 구간을 쓰고, 이때 위치-시간 그래프의 기울기의 변화를 설명하시오.

답 A, D. 기울기의 절댓값이 증가한다.

IV. 지구 중력장에서의 1차원 운동

개념 POINT

1. 서론

- (1) 지구의 중력 : 지구가 물체를 끌어 당기는 힘
- (2) 중력장 : 지구 주위에 지구의 중력이 미치는 공간
- (3) 중력가속도 g : 지표면 근처에서 지구의 중력에 의해 생기는 가속도. $g = 9.8m/s^2 \approx 10m/s^2$

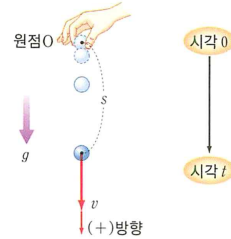
2. 자유낙하 운동

- (1) 정의 : 연직 아래로 초속도가 없이 중력 가속도로 낙하하는 등가속도 직선 운동
- (2) 공식

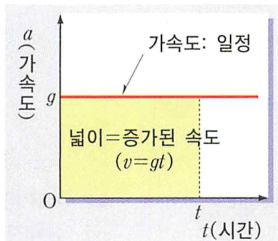
자유 낙하 운동은 그림 1.2.3과 같이 처음 위치를 원점으로 하고, 그 위치에서 연직 아래 방향을 (+)방향으로 하면 $v_0=0$, $a=g$ 인 등가속도 직선 운동이다.

등가속도 직선 운동	자유 낙하 운동
t 초 후의 속도 $v=v_0+at$	$v=gt$ ($v-t$ 식)
t 초 후의 거리 $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$	$s=\frac{1}{2}gt^2$ ($s-t$ 식)
속도와 거리 $2as=v^2-v_0^2$	$2gs=v^2$ ($s-v$ 식)

그림 1.2.3 자유 낙하

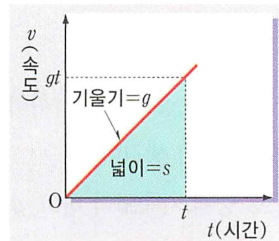


- 1) 낙하거리 s 만큼 자유낙하하는 시간 $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$
- 2) 낙하거리 s 만큼 자유낙하하는 물체의 순간속도 $v = \sqrt{2gs}$
- (3) 그래프



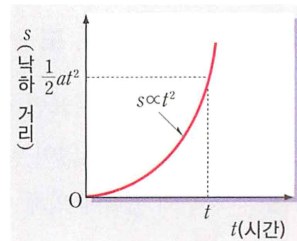
$a-t$ 그래프

중력이 일정하게 작용하므로 등가속도 운동을 한다.



$v-t$ 그래프

등가속도 운동을 하므로 속력이 일정하게 증가한다.



$s-t$ 그래프

낙하 거리는 시간의 제곱에 비례하여 증가한다.

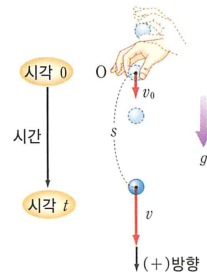
3. 연직투하 운동

- (1) 정의 : 연직 아래로 일정한 초속도로 던져져 중력 가속도로 가속하는 직선 운동
- (2) 공식

그림 1.2.15와 같이 연직 아래 방향으로 어떤 속도(초속도 v_0)로 던져진 물체에 작용하는 힘은 중력뿐이므로 중력 가속도 g 로 등가속도 운동을 한다. 물체가 손을 떠날 때까지는 손에서 힘을 받아 가속되지만 물체가 속도 v_0 로 되어 손을 떠나면 그 후에는 손에서는 힘을 받지 않고 중력에 의해서만 가속된다.
시각 0인 원점에서 물체를 초속도 v_0 로 아래로 던진 후 시각 t 에서의 속도 v 와 낙하한 거리 s 는 등가속도 직선 운동 공식에 $a=g$ 를 대입하여 구한다.

등가속도 직선 운동	연직 투하 운동
t 초 후의 속도 $v=v_0+at$	$v=v_0+gt$
t 초 후 낙하 거리 $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$	$s=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$
속도와 거리 $2as=v^2-v_0^2$	$2gs=v^2-v_0^2$

그림 1.2.15 연직 투하 운동



4. 연직투상 운동

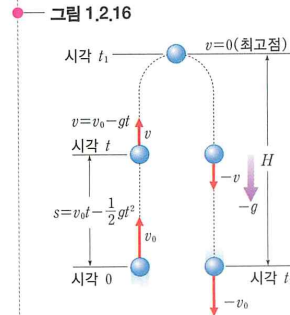
- (1) 정의 : 연직 위로 일정한 초속도로 던져져 중력 가속도로 가속하는 직선 운동
(2) 공식

그림 1.2.16과 같이 연직 위로 초속도 v_0 로 던져진 물체는 운동하는 동안 연직 아래 쪽으로 중력($F=mg$)을 받는다. 따라서 물체는 연직 아래 방향(힘의 방향)의 가속도 g 가 생기므로 매초 9.8m/s씩 속도가 감소한다.

초속도 v_0 와 중력 가속도 g 의 방향이 반대이므로 초속도 방향을 (+)로 하면 물체는 가속도가 $-g$ 인 등가속도 직선 운동을 한다.

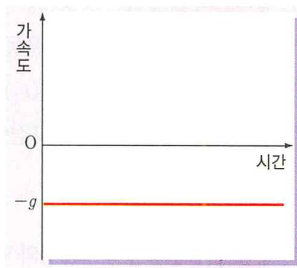
시각 0에서 물체를 초속도 v_0 로 던져 올렸다면 시각 t 에서 물체의 속도 v 와 변위(운동 거리) s 는 등가속도 직선 운동 공식에 $a=-g$ 를 대입하여 구한다.

등가속도 직선 운동	연직 투상 운동
t 초 후의 속도 $v=v_0+at$	$v=v_0-gt$
t 초 후 낙하 거리 $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$	$s=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$
속도와 거리 $2as=v^2-v_0^2$	$-2gs=v^2-v_0^2$

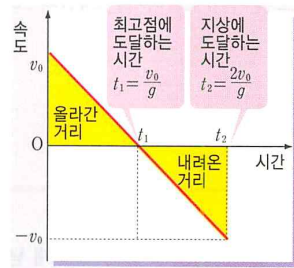


- 1) 최고점 도달시간(t_1) : $t_1 = \frac{v_0}{g}$ ($\because v=0$)
- 2) 최고점 높이(H) : $H = \frac{v_0^2}{2g}$ ($\because v=0$)
- 3) 출발점 도달시간 (t_2) : $t_2 = 2t_1 = \frac{2v_0}{g}$ (\because 대칭성)

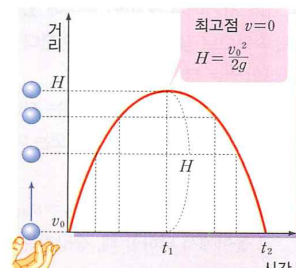
(3) 그래프



(가) 가속도 - 시간 그래프



(나) 속도 - 시간 그래프



(다) 거리 - 시간 그래프

(4) 특징 : 대칭성

연직 투상운동은 최고점에 도달할 때까지의 운동과 최고점에서 처음의 위치로 돌아오는 자유낙하 운동이 대칭이다. 따라서 최고점 이후의 자유낙하 운동으로 해석하는 것이 훨씬 편리하다. 결과적으로 임의의 높이에서 상승속도와 낙하속도는 크기가 같고 방향이 반대이며, 그 높이까지 올라가는 시간과 그 높이에서 처음 위치로 낙하하는 시간은 같다.

■ 변리사 기출문제

개념 POINT

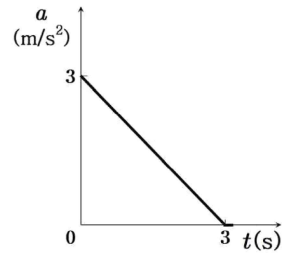
1. [2008년 변리사] 중

승용차가 16m/s 의 등속도로 수평한 직선도로 상의 한 지점을 통과하는 순간 이 지점에 정지해 있던 오토바이가 승용차와 같은 방향으로 4.0m/s^2 의 등가속도로 출발하였다. 출발한 오토바이가 승용차와 만나는 순간, 오토바이의 속력은? (단, 도로의 폭, 승용차와 오토바이의 크기는 무시한다.)¹⁾

① 16m/s ② 20m/s ③ 26m/s ④ 32m/s ⑤ 64m/s

2. [2018년 변리사] 상 - 적분

$+x$ 방향으로 10.0m/s 로 등속도 운동을 하던 자동차가 원점을 지나는 순간($t=0$)부터 3초 동안 그림과 같은 가속도로 운동한다. 가속도 방향은 $+x$ 방향이다.



$t=3$ 초일 때 원점으로부터 자동차의 위치는?²⁾

- ① 14.5m ② 25.5m ③ 31.7m ④ 39.0m ⑤ 53.5m

개념 POINT

3. [2024년 변리사] 하

서로 같은 속력으로 각각 등속운동을 하던 물체 A, B가 시간 $t=0$ 인 순간부터 서로 다른 가속도로 등가속도 운동하여 각각 $t=t_0$, $t=2t_0$ 인 순간에 정지하였다. A, B가 $t=0$ 인 순간부터

정지할 때까지 이동한 거리는 각각 s_A , s_B 이다. $\frac{s_B}{s_A}$ 는? ³⁾

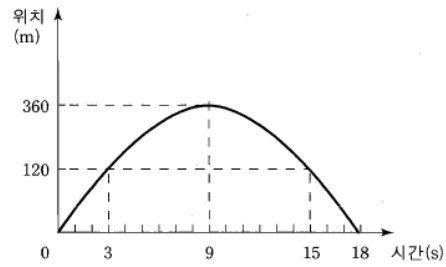
- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ 4

개념 POINT

■ 개념확인문제

개념 POINT

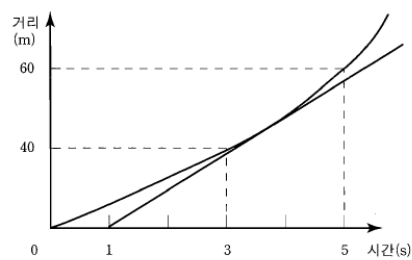
4. 다음은 일직선으로 뻗어있는 도로상에서 주행연습을 하고 있는 자동차의 운동을 조사하여 얻은 위치 시간 그래프이다.⁴⁾



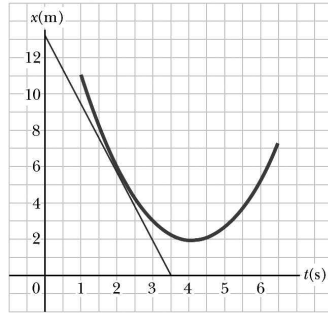
이 자동차의 운동에 대해 다음 물음에 답하라.

- (1) 이 자동차가 운동 방향을 바꾸는 시간은?
- (2) 15초 동안 이 자동차의 평균속도는?
- (3) 15초 동안 이 자동차의 평균속력은?

5. 다음 그림은 처음 정지해 있던 물체가 수평면 위에서 한쪽 방향으로 직선운동을 할 때 이동거리와 시간 사이의 그래프이다. 3초 때 이 물체의 순간속력은?⁵⁾

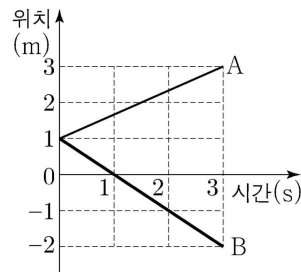


6. x 축을 따라 움직이는 입자에 대한 위치-시간 그래프가 그림에 주어져 있다.⁶⁾



- (a) $t = 1.50\text{s}$ 에서 $t = 4.00\text{s}$ 까지의 시간에서 평균 속도를 구하라.
- (b) 그래프에 있는 접선의 기울기를 구하여 $t = 2.00\text{s}$ 에서의 순간 속도를 구하라.
- (c) 속도가 0일 때의 시각 t 를 구하라.

7. 그림은 동일 직선상에서 운동하는 물체 A, B의 위치를 시간에 따라 나타낸 것이다.



A, B의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?⁷⁾

<보 기>

- ㄱ. 1초일 때, B의 운동 방향이 바뀐다.
 ㄴ. 2초일 때, 속도의 크기는 A가 B보다 작다.
 ㄷ. 0초부터 3초까지 이동한 거리는 A가 B보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

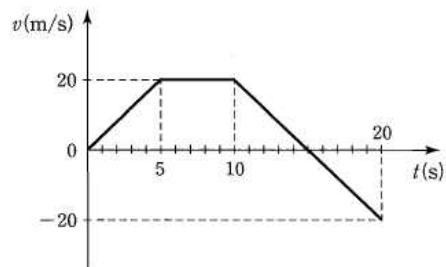
8. 자동차가 직선 도로의 처음 40km는 20km/h로, 다음 40km는 같은 방향으로 60km/h로 달린다.⁸⁾

(1) 이렇게 80km를 달리는 동안의 평균 속도를 구하여라. (단, 자동차는 x 축의 양의 방향으로 달린다.)

(2) 평균 속력을 구하여라.

(3) $x(t)$ 그래프를 그리고, 그래프에서 어떻게 평균 속력을 구하는지 설명하여라.

9. 다음 속도 시간 그래프에 대해 물체가 20초 동안 움직인 거리를 구하라. ⁹⁾



10. 정지하고 있던 자동차가 거리 d 를 가속도 a 로 등가속도 직선 운동을 한 다음 일정 속도에 도달한 후 이 때의 속도로 거리 d 를 등속도 운동하였다. 이 자동차의 평균속력을 구하라.¹⁰⁾

개념 POINT

11. 어떤 사람이 100m의 거리를 왕복하는 데 갈 때 걸린 시간과 올 때 걸린 시간의 비가 2:3이고 전체 거리에 대한 평균속력은 4m/s였다. 이 사람이 갈 때 걸린 시간을 구하라. ¹¹⁾

개념 POINT

12. 어떤 사람이 이미 출발한 기차를 타기 위해 8m/s 의 최대 속력으로 달리고 있다. 이 사람으로부터 기차의 가장 가까운 승강구까지의 거리가 d 일 때, 기차가 정지상태에서 출발하여 멀어지는 방향으로 1m/s^2 의 가속도로 등가속도 운동을 한다면, 이 사람이 기차를 탈 수 있는 최대 거리 d 는 얼마인가?¹²⁾

13. 등가속도 직선 운동을 하는 물체의 운동을 매초 20 타점씩 찍는 기록 타이머를 사용하여 종이테이프에 기록하였다. 종이테이프에 찍힌 타점 사이의 간격이 4cm , 6cm , 8cm , 10cm ...의 순서로 증가하였다.¹³⁾

- (1) 물체의 가속도는 몇 m/s^2 인가?
(1) 최초의 타점이 찍히는 순간 물체의 속력은 몇 m/s 인가?

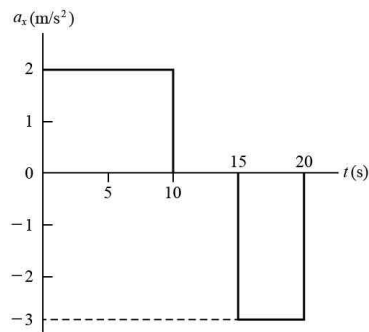
14. 물체가 시간 Δt 동안 아래 그림의 점 A에서 점 B까지 방향이 변하지 않는 직선 운동을 한다.¹⁴⁾



- (1) 물체가 등속도 운동할 때, A를 지난 후 $\frac{\Delta t}{2}$ 이 지난 순간 물체가 위치할 지점으로 가장 적절한 지점을 고르시오.
- (2) 물체가 속력이 감소하는 등가속도 운동을 할 때, A를 지난 후 $\frac{\Delta t}{2}$ 이 지난 순간 물체가 위치할 지점으로 가장 적절한 지점을 고르시오.

개념 POINT

15. 그림에서 입자는 정지상태에서 가속된다.¹⁵⁾



- (a) $t = 10.0\text{s}$ 와 $t = 20.0\text{s}$ 에서 각각 입자의 속력을 구하라.
- (b) 처음 20.0s 동안 이동한 거리를 구하라.

16. 어떤 소설의 주인공은 수도꼭지 새는 소리에 한밤중에 깨어난다. 수도꼭지에서 물방울이 떨어지는 순간에, 수도꼭지에서 19.6 cm 아래의 싱크대 바닥에 다른 물방울이 닿기 직전이며, 두 개의 물방울이 공중에 떠 있다. 1초 동안에 몇 개의 물방울이 떨어져서 주인공을 깨우는가?¹⁶⁾

개념 POINT

17. 화분이 발코니로부터 떨어졌다. 높이 1.25m의 창문을 지나가는데 0.1초 걸렸다. 창문의 아래턱으로부터 발코니까지의 높이를 구하라.
(단, 중력가속도는 $g = 10\text{m/s}^2$ 으로 계산하여라.)¹⁷⁾

18. 길이 l 의 막대를 연직으로 유지했다가 조용히 놓아 자유낙하시켰다. 막대의 밑 끝이 어느 점 A 를 통과하는 시간을 t_1 , 위 끝이 A 를 통과하는 시간을 t_2 라 하면 중력 가속도 g 는?¹⁸⁾

개념 POINT

19. 어떤 낙하하는 물체가 낙하 시간의 마지막 1s동안에 전체 낙하 거리의 64%를 움직인다. 이 물체가 낙하한 높이는 얼마인가?¹⁹⁾

20. 연직 위로 던져 올린 공이 한 점 P를 2초 만에 올라가면서 통과하고 3초 만에 내려오면서 통과하였다(단, 중력 가속도는 10m/s^2 으로 한다).²⁰⁾

- (1) 이 공의 초속도는 얼마인가?
- (2) 공을 던진 위치에서 점 P까지의 높이는 얼마인가?
- (3) 점 P를 통과할 때 공의 속력은 얼마인가?
- (4) 점 P에서 최고점까지의 높이는 얼마인가?

개념 POINT

21. 지면으로부터 높이 h 인 곳에서 공 A를 가만히 놓아 떨어뜨리고 동시에 바닥에서는 공 B를 연직 위로 던져 올렸더니 두 공이 높이 $\frac{2}{3}h$ 인 곳에서 서로 스치듯이 지나갔다. (단, 중력 가속도는 g 이다.)²¹⁾

- (1) 공 B의 초속도는 얼마인가?
- (2) 두 공이 만나는 순간 공 B의 속력은 얼마인가?

■ 정답과 해설

개념 POINT

1) [정답] ④

[해설]

이 문제의 핵심은 “두 물체가 만난다”는 것이 “출발 후 이동 거리가 같다”는 점을 이용하는 것입니다.

1. 승용차의 이동 거리(s_c) : 승용차는 16m/s로 등속 운동을 하므로 시간 t 동안 이동한 거리는 다음과 같습니다.

$$s_c = 16 \times t$$

2. 오토바이의 이동 거리(s_m) : 오토바이는 정지 상태에서 로 등가속도 운동을 하므로 이동 거리는 다음과 같습니다.

$$s_m = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 = 2t^2$$

3. 만나는 시간 구하기 : 두 물체의 이동 거리가 같아야 하므로

$$16t = 2t^2, \quad 2t^2 - 16t = 0 \rightarrow 2t(t - 8) = 0 \quad \text{따라서 } t = 8s \text{입니다.}$$

4. 오토바이의 속도 구하기 : 오토바이의 8초 후 속도 공식에 대입하면

$$v = 4.0 \text{ m/s}^2 \times 8 \text{ s} = 32 \text{ m/s}$$

2) [정답] ④

[해설]

이 문제는 가속도가 시간에 따라 변하는 운동입니다. 변위(위치 변화)를 구하기 위해서는 가속도를 적분하여 속도를 구하고, 속도를 한 번 더 적분하여 변위를 구해야 합니다.

1. 가속도 식 세우기

$$a(t) = -t + 3 \quad (0 \leq t \leq 3)$$

2. 속도 구하기

속도는 가속도를 시간에 대해 적분한 값입니다. 초기 속도를 고려하면

$$v(t) = \int a(t)dt = \int (-t + 3)dt = -\frac{1}{2}t^2 + 3t + C \quad \text{일 때 } v(0) = 10 \text{이므로}$$

$$v(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 3t + 10$$

3. 위치 구하기

위치는 속도를 시간에 대해 적분한 값입니다.

$$s(t) = \int v(t)dt = \int \left(-\frac{1}{2}t^2 + 3t + 10\right)dt = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 10t + C \quad \text{에서}$$

$s(0) = 0$ 이므로

$$s(t) = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 10t$$

4. $t = 3$ 일 때의 위치 계산

$$s(3) = -\frac{1}{6}(3^3) + \frac{3}{2}(3^2) + 10(3) = 39.0m$$

3) [정답] ④

[해설]

A, B 각각 등가속도 직선운동을 하고, 둘 다 처음 속력은 v_0 이고 나중 속력은 0이므로 평균속력은 같다. 등가속도 직선운동 공식 네 번째에 따르면

$$\overline{v_A} = \overline{v_B} = \frac{0 + v_0}{2} = \frac{v_0}{2} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } s_A = \overline{v_A} \times t_0 = \frac{v_0 t_0}{2}, \quad s_B = \overline{v_B} \times 2t_0 = v_0 t_0 \quad \text{이므로 } \frac{s_B}{s_A} = 2 \text{이다.}$$

4)

[정답] (1) 9초 (2) 8m/s (3) 40m/s

[풀이]

(1) 9초까지는 시간에 따라 위치가 증가하므로 속도가 (+)이고 9초부터는 위치가 감소하므로 속도가 (-)인 곳이다. 그러므로 9초일 때 자동차의 운동방향이 바뀐다.

(2) 15초 때 자동차의 위치는 120m이므로 변위는 120m이다.

그러므로 평균속도 $= \frac{120}{15} = +8(m/s)$ 이다.

(3) 이 차는 9초일 때 처음 위치로부터 360m인 지점까지 가장 멀리 움직였다. 그 이후 방향을 바꿔 15초 때에 처음 위치로부터 120m인 곳으로 왔으므로 0초에서 15초 사이에 차가 움직인 거리는 $360 + 240 = 600(m)$ 이므로 평균속력은 $\frac{600}{15} = 40(m/s)$ 이다.

5)

[정답] 20m/s

[풀이]

3초 때의 순간속력 v 는 접선의 기울기이므로

$$v = \frac{40-0}{3-1} = 20(m/s)$$

6)

[정답] (a) $-2.4m/s$ (b) $-3.8m/s$ (c) 4s

[풀이] (a) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2.0m-8.0m}{4s-1.5s} = -2.4m/s$

(b) $t = 1s$ 일 때 $x = 9.5m$ 를 지나고, $t = 3.5s$ 일 때 $x = 0$ 을 지나므로

$$v \approx \frac{0-9.5m}{3.5s-1.0s} = -3.8m/s$$

(c) 그림에서 접선 기울기가 0인 점을 찾으면 $t = 4s$ 이다.

7)

[정답] ④ ㄴ, ㄷ

[풀이]

ㄱ. 위치-시간 그래프의 기울기는 물체의 속도를 나타낸다. B의 기울기가 변하지 않으므로 B의 운동 방향은 바뀌지 않는다. (X)

ㄴ. A의 속도의 크기는 $\frac{2}{3}m/s$ 이고, B의 속도의 크기는 $1m/s$ 이다. 따라서 2초일 때, 속도의 크기는 A가 B보다 작다. (O)

ㄷ. 0초부터 3초까지 A가 이동한 거리는 2m, B가 이동한 거리는 3m이므로 이동한 거리는 A가 B보다 작다. (O)

8)

[정답] (1) $+30km/h$ (2) $30km/h$ (3) $70km/h$ (4) 0 (5) 풀이 참조

[풀이]

$$(1) (2) \text{ 처음 } 40km \text{는 } t_1 = \frac{40km}{20km/h} = 2h$$

$$\text{나중 } 40km \text{는 } t_1 = \frac{40km}{60km/h} = \frac{2}{3}h$$

걸리므로 전체 걸린 시간은 $t = t_1 + t_2 = \frac{8}{3} \text{ h}$

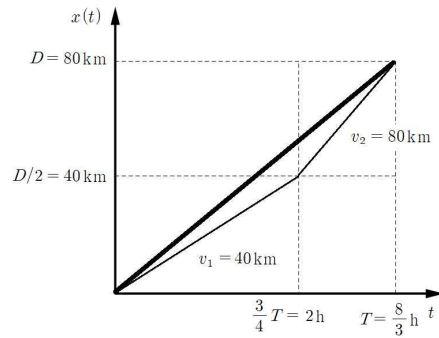
같은 방향으로 움직였으므로 전체 이동거리와 변위가 같고 그 값이 80km이다.

$$v_{avg} = \frac{80 \text{ km}}{\left(\frac{8}{3} \text{ h}\right)} = 30 \text{ km/h}$$

(3) 그래프를 그려보자.

$D = 80 \text{ km}$, $D/2 = 40 \text{ km}$

$T = \frac{8}{3} \text{ h}$ 라 하면 $t_1 = \frac{3}{4} T$, $t_2 = \frac{1}{4} T$ 가 된다.



그래프에서 굵은 실선의 기울기가 평균속력이 된다.

9)

[정답] 250m

[풀이]

$v-t$ 그래프에서 시간축과 그래프 사이에 넓이가 물체의 이동거리 s 이므로

$$s = \frac{1}{2} \times 5 \times 20 + 5 \times 20 + 5 \times 20 = 250 \text{ (m)}$$

10)

[정답] $\bar{v} = \frac{2}{3} \sqrt{2ad}$

[풀이]

등가속도운동을 한 시간을 t_1 , 등속도운동을 한 시간은 t_2 라고 하면 등가속도운동을 할 때

$d = \frac{1}{2} at_1^2$ 에서

$$t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}} \dots\dots\dots(1)$$

시간 t_1 후의 속도는 $v = at_1 = \sqrt{2ad}$ 이므로 등속도 운동을 할 때 $d = vt_2$ 에서

$$t_2 = \frac{d}{v} = \sqrt{\frac{d}{2a}} \dots\dots\dots(2)$$

평균속력을 \bar{v} 라 하면

$$\bar{v} = \frac{2d}{t_1 + t_2} \dots\dots\dots(3)$$

(1), (2)를 (3)에 넣으면

$$\bar{v} = \frac{2}{3} \sqrt{2ad}$$

11)

[정답] 20초

[풀이]

갈 때 걸린 시간을 $2t$ 올 때 걸린 시간을 $3t$ 라고 하면 총 걸린 시간은 $5t$ 이고 전체 이동거리

개념 POINT

는 $200m$ 이므로

$$4 = \frac{200}{5t} \therefore t = 10(s)$$

그러므로 갈 때 걸린 시간은 20초이다.

12)

[정답] 32m

[풀이] 사람의 속력이 기차의 속력과 같을 때 사람이 기차를 겨우 탈 수 있으므로 이 때의 사람과 기차 사이의 처음 거리가 최대가 된다. 기차의 속력이 $8m/s$ 로 될 때까지의 시간을 t 라고 하면 $v = at$ 에서 $t = 8$ $vt = \frac{1}{2}at^2 + d$ 에서

$$8 \times 8 = \frac{1}{2} \times 1 \times 8^2 + d \therefore d = 32(m)$$

$$8 \times 8 = \frac{1}{2} \times 1 \times 8^2 + d \therefore d = 32(m)$$

13)

[답] (1) $8m/s^2$ (2) $0.6m/s$

[풀이]

(1) 변위의 차를 $\Delta(\Delta s)$, 속도의 변화량을 Δv , 시간 간격을 Δt 라고 하면 $\Delta v = \frac{\Delta(\Delta s)}{\Delta t}$ 이

$$\text{므로 가속도 } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(\Delta s)}{(\Delta t)^2} = \frac{0.02}{\left(\frac{1}{20}\right)^2} = 8(m/s^2)$$

(2) 변위를 s , 초속도를 v_0 , 시간을 t 라고 하면

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \text{ 에서}$$

$$0.04 = v_0 \times \frac{1}{20} + \frac{1}{2} \times 8 \times \left(\frac{1}{20}\right)^2 \therefore v_0 = 0.6(m/s)$$

14)

[정답] (1) : 지점2 (2) : 지점3

[풀이]

(1) 물체가 등속도 운동을 하면 시간과 이동거리가 정비례한다. 따라서 $\frac{\Delta t}{2}$ 이 지난 순간에는 A와 B의 중점을 통과한다.

(2) 물체가 속력이 감소하는 등가속도 운동을 하는 경우, 0부터 $\frac{\Delta t}{2}$ 까지의 평균 속도보다 $\frac{\Delta t}{2}$ 부터 Δt 까지의 평균속도가 작다. 즉, 0부터 $\frac{\Delta t}{2}$ 동안 움직이는 거리보다 $\frac{\Delta t}{2}$ 부터 Δt 까지 움직이는 거리가 작다. 따라서 $\frac{\Delta t}{2}$ 가 지난 순간에는 A와 B의 중점보다 B에 가까운 지점을 통과한다.

15)

[정답] (a) 10초 때 $20.0m/s$, 20초 때 $5.00m/s$

(b) 262.5m

[풀이]

(a) $t = 10s$ 때 속도는 $v_{10} = 0 + 2.00m/s^2 \times 10s = 20.0m/s$

$t = 20s$ 때 속도는

$$v_{20} = 20.0m/s + (-3.00m/s^2) \times 5.00s = 5.00m/s$$

(b) 0에서 10초까지 이동 거리는

개념 POINT

$$s_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2.00\text{m/s}^2 \times (10.0\text{s})^2 = 100\text{m}$$

10초에서 15초까지 이동 거리는

$$s_2 = 20.0\text{m/s} \times 5.00\text{s} = 100\text{m}$$

15초부터 20초까지 이동 거리는

$$s_3 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 20.0\text{m/s} \times 5.00\text{s} - \frac{1}{2} \times 3.00\text{m/s}^2 \times (5.00\text{s})^2 = 62.5\text{m}$$

따라서, 전체 이동거리는

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 262.5\text{m}$$

16)

[정답] 15 drops/s

[풀이]

$x_0 = 19.6\text{cm}$ 인 곳에서 중력가속도 $g = -9.8\text{m/s}^2$ 으로 정지상태로부터 낙하하였다. 싱크대 바닥에 물방울이 닿는 순간 새로운 물방울이 수도꼭지에서 나오게 된다. 물방울이 주기 T 의 간격으로 수도꼭지에서 나온다고 하자. 두 개의 물방울이 공중에 떠 있고 네 번째 물방울이 막 출발하려고 하므로 첫 번째 물방울이 출발한 이후 $3T$ (3주기)가 지난 순간임을 알 수 있다. 그때의 첫 번째 물방울이 바닥에 닿으므로

$$x = 0 = 19.6\text{cm} - \frac{1}{2}(9.8\text{m/s}^2)(3T)^2$$

$$\text{따라서 } 3T = \sqrt{\frac{2(19.6\text{cm})}{(980\text{cm/s}^2)}} = 0.2\text{s가 되어서}$$

$$T = \frac{0.2\text{s}}{3}$$

따라서 1초 동안 떨어지는 방울의 수는

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.2\text{s}/3} = 15\text{s}^{-1}$$

17)

[정답] 8.45m

[풀이] 자유낙하한지 t_1 이 지난 후 창문의 위를 통과한다고 하자. 그리고 $\Delta t = 0.1\text{s}$ 라고 하면 $t_1 + \Delta t$ 일 때 창문의 아래를 통과한다.

t_1 과 $t_1 + \Delta t$ 사이에 이동거리가 창문의 높이 $h = 1.25\text{m}$ 가 된다.

$$h = \frac{1}{2}g(t_1 + \Delta t)^2 - \frac{1}{2}gt_1^2 = gt_1\Delta t + \frac{1}{2}g\Delta t^2$$

따라서

$$t_1 = \frac{h}{g\Delta t} - \frac{1}{2}\Delta t = \frac{1.25\text{m}}{(10\text{m/s}^2)(0.1\text{s})} - \frac{1}{2}(0.1\text{s})$$

$$= 1.25\text{s} - 0.05\text{s} = 1.2\text{s}$$

창문의 아래턱까지 자유낙하 하는데 걸리는 시간은 $t_1 + \Delta t$ 이므로

$$H_2 = \frac{1}{2}g(t_1 + \Delta t)^2 = \frac{1}{2}(10\text{m/s}^2)(1.3\text{s})^2 = 8.45\text{m}$$

18)

$$[\text{정답}] g = \frac{2l}{t_2^2 - t_1^2}$$

[풀이]

t_1 에서 t_2 까지 막대의 길이만큼 낙하한다.

$$l = \frac{1}{2}gt_2^2 - \frac{1}{2}gt_1^2$$

정리하면 $g = \frac{2l}{t_2^2 - t_1^2}$

19)

[정답] 30.6m

[풀이] 체공시간을 t_2 라고 하고 $\Delta t = 1$ s라고 하자.

$t_2 - \Delta t$ 동안 전체 낙하거리의 36%를 낙하한다.

$$\frac{1}{2}g(t_2 - \Delta t)^2 = \frac{36}{100} \frac{1}{2}gt_2^2$$

에서 $t_2 - \Delta t = \frac{6}{10}t_2$ 가 되며

$$t_2 = \frac{5}{2}\Delta t = 2.5 \text{ s}$$

이다.

전체 낙하한 거리는

$$H = \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2}(9.8 \text{ m/s}^2)(2.5 \text{ s})^2 = 30.625 \text{ m} \approx 30.6 \text{ m}$$

20)

[정답] (1) 25m/s (2) 30m (3) 5m/s (4) 1.25m

[풀이]

(1) 가속도 : $a = -g = -10 \text{ m/s}^2$, 시간 : $t = 2$ 초 또는 3초

시간 t 후의 속도를 v 라고 하면 $v = v_0 - gt$ 에서

$$t = 2(\text{s}) \text{일 때 } v = v_0 - 10 \times 2, \quad t = 3(\text{s}) \text{일 때 } -v = v_0 - 10 \times 3 \quad \therefore v_0 = 25(\text{m/s})$$

$$(2) \text{ 점 P의 높이 : } h_1 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 25 \times 2 - \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 30(\text{m})$$

$$\text{또는 } h_1 = 25 \times 3 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = 30(\text{m})$$

$$(3) v_p = v_0 - gt = 25 - 10 \times 2 = 5(\text{m/s})$$

(4) 점 P에서 최고점까지의 높이를 h , 점 P를 통과할 때의 속력을 v_p , 최고점에서의 속력을 v 라고 하면 $-2gh = v^2 - v_p^2$ 에서 $v = 0$, $v_p = 5$ 이므로 $2 \times 10 \times h = 5^2 \quad \therefore h = 1.25(\text{m})$

또는 점 P로부터 최고점에 도달하는 데 걸리는 시간이 $\frac{1}{2}$ 초이므로 $h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ 에서

$$h = 5 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1.25(\text{m})$$

21)

$$[\text{정답}] (1) \sqrt{\frac{3}{2}gh} \quad (2) \sqrt{\frac{1}{6}gh}$$

[풀이]

$$\text{공 A의 위치는 } y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$

$$\text{공 B의 위치는 } y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

(1) 두 공이 높이 $\frac{2}{3}h$ 에서 스치고 지날 때

$$y_A = h - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{2}{3}h \dots \textcircled{1}, \quad y_B = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{2}{3}h \dots \textcircled{2}$$

식 ①, ②에서 $h = v_0t$ 또는 $t = \frac{h}{v_0}$ 이다.

$$t = \frac{h}{v_0} \text{를 식 ①에 대입하면 } \frac{1}{3}h = \frac{1}{2}g\left(\frac{h}{v_0}\right)^2$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$$

(2) 등가속도 운동이므로 $-2gy = v^2 - v_0^2$ 에서 $y = \frac{2}{3}h$, $v_0 = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$ 를 대입하면

$$-2g\left(\frac{2}{3}h\right) = v^2 - \frac{3}{2}gh \quad \therefore v = \sqrt{\frac{1}{6}gh}$$